



# Introduction aux expressions relationnelles

L 2 Informatique - UFR S.A.T

Pr. Ousmane THIARE

[ousmane.thiare@ugb.edu.sn](mailto:ousmane.thiare@ugb.edu.sn)  
<http://www.ousmanethiare.com>

16 avril 2020

Présentation

Règles de  
définition

Propriétés des  
opérateurs

De nouvelles  
abréviations

Universalité des  
expressions  
rationnelles

# Introduction aux expressions relationnelles

# Chapitre IX : Introduction aux expressions relationnelles

Présentation

Règles de  
définition

Propriétés des  
opérateurs

De nouvelles  
abréviations

Universalité des  
expressions  
rationnelles

- 1 Présentation
- 2 Règles de définition
- 3 Propriétés des opérateurs
- 4 De nouvelles abréviations
- 5 Universalité des expressions rationnelles



# Introduction aux expressions relationnelles

## Présentation

### Présentation

Règles de  
définition

Propriétés des  
opérateurs

De nouvelles  
abréviations

Universalité des  
expressions  
rationnelles

Dans la définition de la syntaxe d'un langage de programmation, par exemple, on rencontre souvent des définitions telles que celle d'un identificateur :

« Un identificateur est un identificateur de symbole ou un identificateur de variable ; un identificateur de symbole commence par deux caractères alphabétiques, suivi par un nombre quelconque, éventuellement nul, de chiffres, suivis, etc. »

Il s'agit ici d'introduire des abréviations pour ce type d'expressions ; ces abréviations conduisent à la notion d'expression rationnelle.



# Introduction aux expressions relationnelles

## Présentation

### Présentation

Règles de  
définition

Propriétés des  
opérateurs

De nouvelles  
abréviations

Universalité des  
expressions  
rationnelles

**Exemple** : L'expression rationnelle  $a(a|b)^*$  signifie : un caractère  $a$ , suivi d'un nombre quelconque, éventuellement nul, de caractères choisis dans l'ensemble  $\{a, b\}$ .

Un langage est évidemment associé à une expression rationnelle. On notera  $\mathcal{L}(r)$  le langage associé à l'expression rationnelle  $r$ .



# Introduction aux expressions relationnelles

## Règles de définition

Présentation

Règles de définition

Propriétés des opérateurs

De nouvelles abréviations

Universalité des expressions rationnelles

Voici les règles qui permettent de définir les expressions rationnelles sur un alphabet  $\Sigma$  :

- 1  $\epsilon$  est une expression rationnelle qui dénote  $\{\langle\langle \rangle\rangle\}$  (l'ensemble constitué de la chaîne vide).
- 2 Si  $r$  et  $s$  dénotent les langages  $\mathcal{L}(r)$  et  $\mathcal{L}(s)$ , alors
  - $(r)|(s)$  désigne le langage  $\mathcal{L}(r) \cup \mathcal{L}(s)$  (i.e. le langage obtenu par réunion des deux langages  $\mathcal{L}(r)$  et  $\mathcal{L}(s)$ ).
  - $(r)(s)$  désigne le langage  $\mathcal{L}(r)\mathcal{L}(s)$  (i.e. le langage obtenu en concaténant, de toutes les manières possibles, un mot du langage  $\mathcal{L}(r)$  et un mot du langage  $\mathcal{L}(s)$ ).
  - $(r)^*$  désigne le langage  $(\mathcal{L}(r))^*$  (i.e. le langage constitué de la chaîne vide, des mots de  $\mathcal{L}(r)$  et des mots obtenus en concaténant un nombre quelconque (au moins deux) de mots de  $\mathcal{L}(r)$ ).
  - $(r)$  désigne le langage  $\mathcal{L}(r)$ .



# Introduction aux expressions relationnelles

## Propriétés des opérateurs

Présentation

Règles de  
définition

Propriétés des  
opérateurs

De nouvelles  
abréviations

Universalité des  
expressions  
rationnelles

### Propriété

*Les propriétés de ces opérateurs sont les suivants :*

- 1 *Associativité :  $r|(s|t)=(r|s)|t$  et  $r(st)=(rs)t$ .*
- 2 *Commutativité de l'alternative :  $r|s = s|r$ .*
- 3 *Distributivité de l'alternative sur la concaténation :  $r(s|t)=rs|rt$  et  $(r|s)t=rt|st$ .*
- 4  *$\epsilon$  est élément neutre pour la concaténation.*
- 5 *La répétition est idempotente :  $r^{**} = r^*$ .*



# Introduction aux expressions relationnelles

## De nouvelles abréviations

### Présentation

### Règles de définition

### Propriétés des opérateurs

### De nouvelles abréviations

### Universalité des expressions rationnelles

D'autres abréviations peuvent être introduites :

- L'opérateur de fermeture positive :  $a^+$  désigne « au moins une instance de » (i.e.  $a^+ = aa^*$ )
- L'opérateur  $?$  qui signifie « zéro ou une occurrence de » (i.e.  $a? = a|\epsilon$ ).
- Classes de caractères : la notation  $[abc]$  est une autre notation pour  $a|b|c$ , sans intérêt, sauf dans le cas de  $[a?z]=a|b| \dots |z$ .

**Exemple** : On peut représenter « une lettre, suivie d'un nombre quelconque, éventuellement nul, de lettres ou de chiffres » par  $[a-zA-Z][a-zA-Z0-9]^*$ .





# Introduction aux expressions relationnelles

## Universalité des expressions rationnelles

Présentation

Règles de  
définition

Propriétés des  
opérateurs

De nouvelles  
abréviations

Universalité des  
expressions  
rationnelles

Les expressions rationnelles ne sont pas universelles, et ne permettent pas de décrire tous les langages.

**Exemple.** Il est impossible de décrire, à l'aide d'expression rationnelles, le langage défini par  $\{wcw \mid w \text{ est une chaîne de } a \text{ et de } b\}$   
En effet, « une chaîne de  $a$  ou de  $b$  » peut s'exprimer par l'expression rationnelle  $(a|b)^*$ .

Mais, si l'on écrit ensuite  $(a|b)^*c(a|b)^*$ , la syntaxe des expressions rationnelles ne permet pas de préciser que les chaînes qui précèdent et suivent le  $c$  sont identiques.

